讲义 25. 粒子源问题

高中物理中粒子源问题有两类：第一类是在同一平面内沿某一方向发射的速率不同的同种带电粒子(**v 方向一定，大小可变**)；第二类是在同一平面内，沿各个方向发射相同速率的同种带电粒子(**v 大小一定，方向可变**)。

一、第一类粒子源(v 方向一定，大小可变)

粒子源能在同一平面内沿某一方向发射速率不同的同种带电粒子（如电子、质子、α 粒子等）。这些带电粒子垂直于磁感线射入匀强磁场，做同方向旋转的匀速圆周运动，它们的轨迹是如下图所示的一簇与初速度方向相切的随速度增大而逐渐放大的动态圆。它们有下列特点：

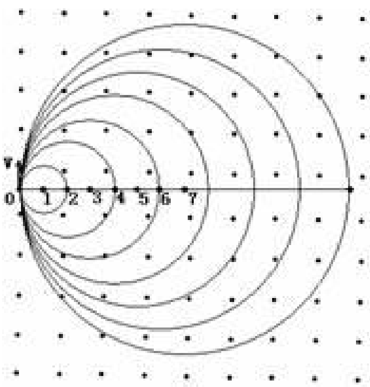


图 1

（1）各带电粒子的轨迹有一个公共切点，且它们的圆心分布在同一条直线上的一簇动态圆。

（2）各带电粒子做匀速圆周运动的周期相等。

（3）速率大的带电粒子所走过的路程大，对应大圆。

例 1、如图 1 所示，匀强磁场的磁感应强度为 B，宽度为 d，边界为 CD 和 EF。一电子从 CD 边界外侧以速率 v_0 垂直射入匀强磁场，入射方向与 CD 夹角为 θ。已知电子的质量为 m，电荷量为 e，为使电子从 EF 边界射出。求电子的**速率**至少多大？

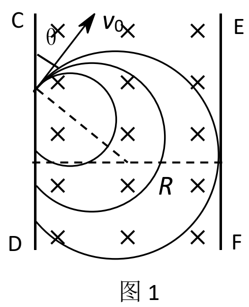
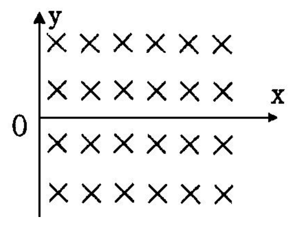


图 1

例 2、如图，沿 x 方向有界、沿 y 方向无界的匀强磁场，磁感应强度的方向垂直纸面向内，大量的速率不同的电子（不计重力）从 O 点沿 x 轴正方向进入磁场，最终离开磁场，下列判断正确的是



A．所有的电子都向 x 轴下方偏转

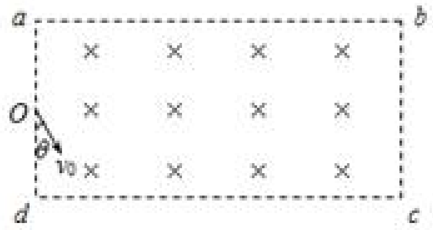
B．所有的电子都做类平抛运动

C．所有的电子在磁场中运动时速度不变

D．只要是速率不同的电子，它们在磁场中运动的时间就一定不同

例 3、**(多选)**如图所示，<u>**一足够长**</u>的矩形区域 abcd 内充满方向垂直纸面向里的、磁感应强度为 B 的匀强磁场，在 ad 边中点 O，方向垂直磁场向里射入一速度方向跟 ad 边夹角 θ=30° 、大小为 v_0 的带正电粒子，

已知粒子质量为 m，电量为 q，ad 边长为 L，ab 边足够长，粒子重力不计，则粒子能从 ab 边上射出磁场的 v_0 为（　　）



A. $\frac{qBL}{3m} < v_0 \le \frac{qBL}{m}$　　B. $v_0 > \frac{qBL}{m}$　　C. $v_0 \le \frac{qBL}{3m}$　　D. $v_0 \le \frac{qBL}{2m}$

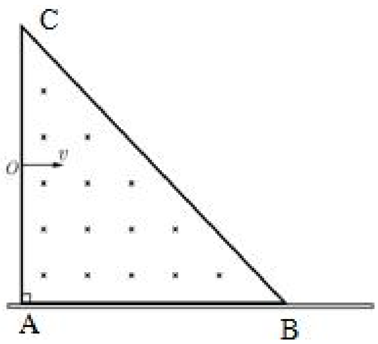
例 4、有一等腰直角 ABC 三角形区域，直角边长为 2a．在该区域，有一**垂直纸面向内的**匀强磁场，磁感应强度为 B．一束质量为 m、电荷量为 q，带**负电**粒子以不同速度从中点 O 垂直直角边射入该磁场区域，在另一直角边放置一块荧光屏，如图所示．重力不计，求

（1）当粒子以 v= qaB/m 入射时，求粒子在荧光屏上光斑的位置及在磁场中运动的时间．

（2）荧光屏 AB 区域上光斑的分布区域．

（3）若把磁场更换成沿 AC 方向的场强为 E 的匀强电场，当粒子以 $v=\sqrt{\frac{qaE}{2m}}$ 入射时，求粒子在荧光屏上光斑的位置

（4）把磁场更换成沿 AC 方向的场强为 E 的匀强电场，荧光屏 AB 区域上光斑的分布区域．



二、第二类粒子源(v 大小一定，方向可变)

粒子源能在同一平面内，沿各个方向发射相同速率的同种带电粒子，这些带电粒子垂直于磁感线射入匀强磁场，做同方向**旋转**的匀速圆周运动。

这类问题可以归结为这样一个<u>**几何模型**</u>:如图 1 所示,有一半径为 R 的圆,绕圆周上的一点 O 转动一周，圆平面扫过的区域就是以 O 为圆心，2R 为半径的圆。要准确把握这一模型，需要认识和区分三种圆

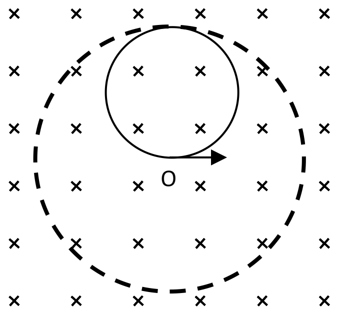


图 1

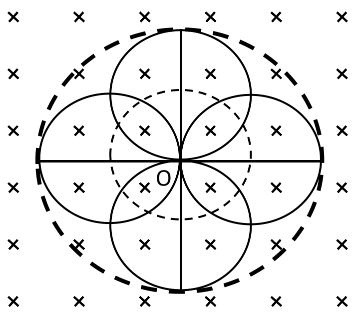
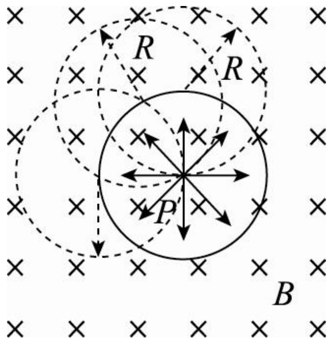


图 2

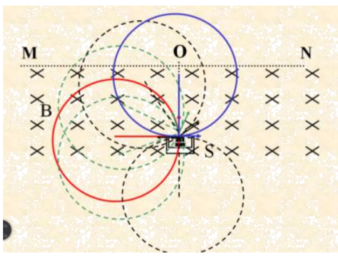


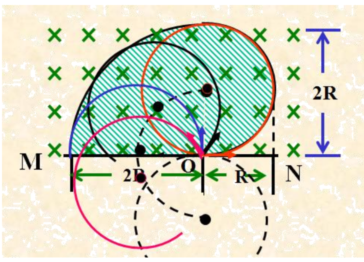
（1）轨迹圆：各带电粒子的圆轨迹半径相等，运动周期相等。随着入射速度方向的改变，它们构成一簇绕粒子源 O 旋转的动态圆（图 2 中细实线所示）

（2）圆心圆：各带电粒子轨迹圆的圆心分布在以粒子源 O 为圆心，$R=\frac{mv}{qB}$ 为半径的一个圆周上（图 2 中细虚线所示）。

（3）边界圆：带电粒子在磁场中可能经过的区域是以粒子源 O 为圆心，2R 为半径的大圆（图 2 中粗虚线所示）。

<u>旋转圆</u>在直线边界的情景展示





例 1（2005 年全国理综）如图 5 所示，在一水平放置的平板 MN 的上方有匀强磁场，磁感应强度的大小为 B ，磁场方向垂直于纸面向里。许多质量为 m 带电量为 +q 的粒子，以相同的速率 v，沿位于纸面内的各个方向，由小孔 O 射入磁场区域。不计重力，不计粒子间的相互影响。下列图中阴影部分表示带电粒子可能经过的区域，其中 $R=\frac{mv}{qB}$， 图 6 中哪个图是正确的？

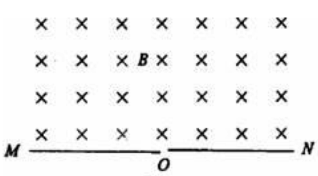


图 5

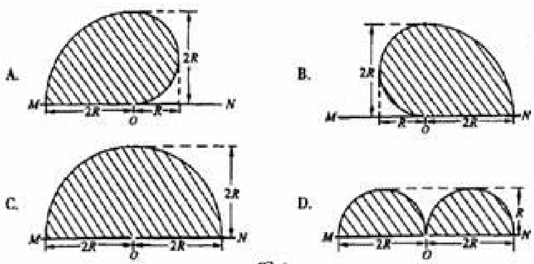
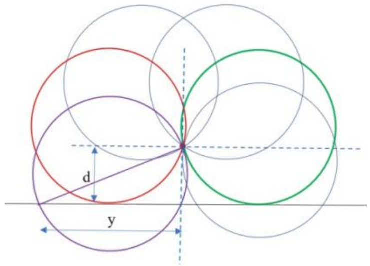
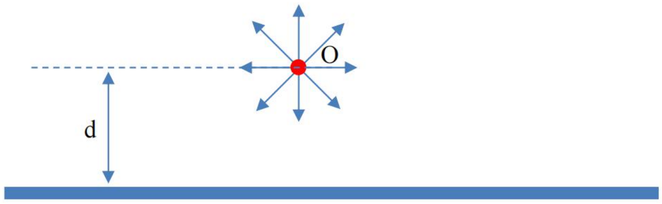


图 6

下面研究**旋转圆**情况下**内部发射的“侵占角”对称性及打板的不对称性**

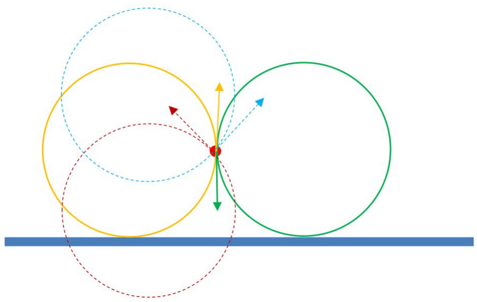
关注**相切圆**是恰好从（不从）下边界射出的临界圆。但要注意此时切点并不是射出点的最远距离，最远距离应为直径圆与边界的交点。注意粒子做圆周运动的绕行方向。

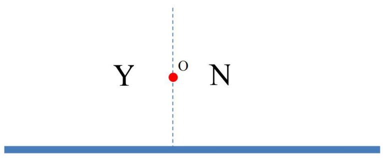




在磁场中，磁感线强度大小为 B，有一粒子发射源 O，发射源各方向均匀地发射 N 个粒子，粒子质量为 m，带电量为 q，粒子速度为 v。**假设**粒子在磁场中作逆时针圆周运动， 在距离发射源 d 处有一挡板，现在我们要讨论粒子打到挡板上的情况。

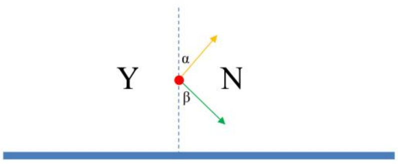
（1）先讨论最简单的情况：粒子运动轨迹半径 R 等于 d 时，即 R = mv/Bq = d 则刚好有一半粒子，即 n = N/2 个粒子打到挡板上，我们可以通过画几个特殊位置的圆来理解，如下，



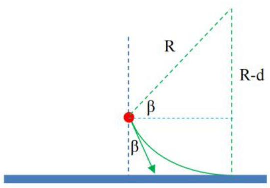


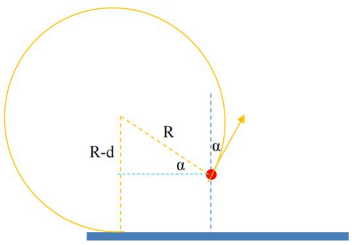
如上图所示，然后我们要将区域分为两个部分，一个为 N 区（no），一个为 Y 区（yes）， 如上右图。 方法很简单：就是作挡板的垂线过发射源 O，使用左手定则，大拇指指向的一侧 Y 区，另一侧侧为 N 区，也就是说往 Y 区发射的粒子会打板，往 N 区发生的粒子不会打板，

（2）粒子运动轨迹半径 R 大于 d 时，R = mv/Bq >d，此时，粒子半径变大，粒子更加容易打板，所以 Y 区的范围将扩大，将向 N 区侵占，如下图所示，定义“侵占角”α 和 β。



（3）下面，我们求解一下这两个“侵占角”的大小（此时两圆估计与边界相切）





通过上图的几何分析，我们发现，“侵占角”满足关系为，$\sin\alpha=\sin\beta=\frac{R-d}{R}$，

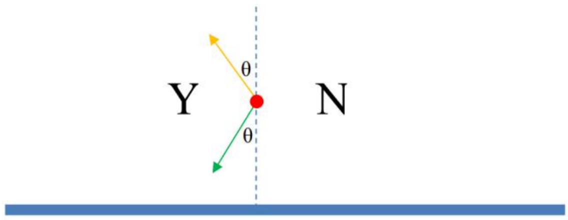
所以我们发现“侵占角”是对称的，不妨直接定义“侵占角”为θ，且满足$\sin\theta=\frac{R-d}{R}$，

于是，我们得到，打板的粒子数为，$n=\frac{\pi+2\theta}{2\pi}N$。

（3）那么显然，接下来，我要讨论的就是，粒子运动轨迹半径 R 小于 d 时，$R=\frac{mv}{Bq}<d$，

此时，我们也很容易想明白的，就是粒子更加不容易打板了，所以是 N 区向 Y 区侵占，

而且同样存在对称性，如下，



好了，然后我们求解一下“侵占角”大小，这里我就直接省略了，小伙伴们自己画一画

即可，答案为，$\sin\theta=\frac{d-R}{R}$。

此时打板的粒子数目为，$n=\frac{\pi-2\theta}{2\pi}N$。

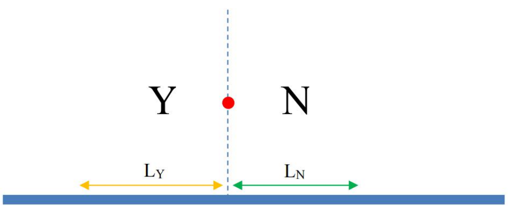
综上（1）（2）（3）种情形，我们可以统一“侵占角”的表达为，$\sin\theta=\frac{|R-d|}{R}$，

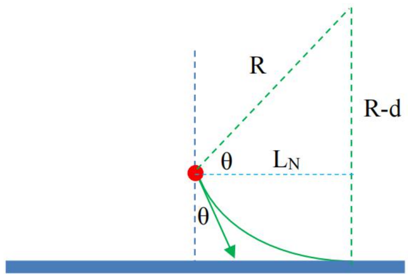
然后注意下，是谁侵占谁，

当$R>d$时，粒子更容易打板，Y 区侵占 N 区；

当$R<d$时，粒子更不容易打板，N 区侵占 Y 区。

下面，研究下打板的长度非对称性问题，可以求粒子打到板上的范围，如下左图，N 区的打板长度为 L_N，Y 区的打板长度为 L_Y，



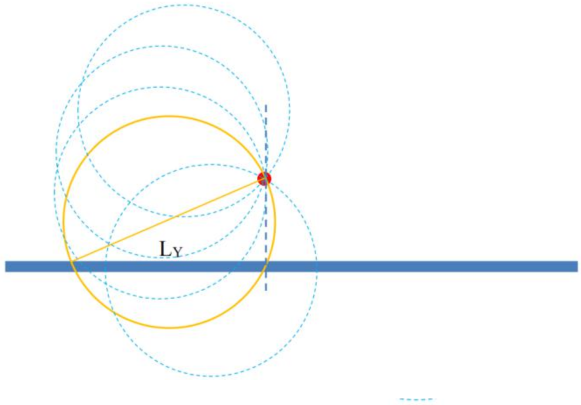


我们先研究一下 L_N， 以 R >d 为例，如上右图，在 N 区打板的最远点为切点，

由几何关系可知，　L_N= Rcos θ。

同样大家可以自己画图证明 R<d 时也有 L_N= Rcosθ

但是在 Y 区，最远点就不是切点处了，我们通过画一系列圆来看一下，



如上图所示，在 Y 区打板的最远点为直径与板的交点，故，$L_Y=\sqrt{(2R)^2-d^2}$，由图像很明显可以看出，在 Y 区的打板范围要大于 N 区。

同样的，小伙伴们也可以自己画图证明，以 $R<d$ 时，$L_Y=\sqrt{(2R)^2-d^2}$。

所以，N 区和 Y 区的打板范围是不对称的。

好了，总结一下上面的过程，

（1）过发射源作挡板的垂线，划分 N 区和 Y 区；

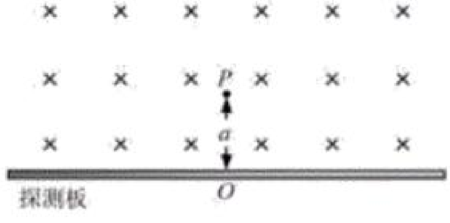
（2）根据 R 和 d 大小关系，求出“侵占角”，$\sin\theta=\dfrac{|R-d|}{R}$，注意区分是谁侵占了谁；

（3）求解打板的范围，$L_N=R\cos\theta$，$L_Y=\sqrt{(2R)^2-d^2}$，简记为“N 切点 Y 直径”。

（4）一句话规律：求计数率先求侵占角（两圆均与边界相切），求打板范围：Y 直 N 切

例 1. 高考真题（浙江 2020 年 1 月选考第 22 题）：

通过测量质子在磁场中的运动轨迹和打到探测板上的**计数率**（即打到探测板上质子数与衰变产生总质子数 N 的比值），可研究中子的 β 衰变。中子衰变后转化成质子和电子，同时放出质量可视为零的反中微子。如图所示，位于 P 点的静止中子经衰变可形成一个质子源，该质子源在纸面内各向均匀地发射 N 个质子。在 P 点下方放置有长度 L =1.2 m 以 O 为中点的探测板，P 点离探测板的垂直距离 OP 为 a。在探测板的上方存在方向垂直纸面向里，磁感应强度大小为 B 的匀强磁场。若质子的动量 P=mv=4.8×10^{-21}kgm/s =3×10^{-8}mMev.S.m^{-1}

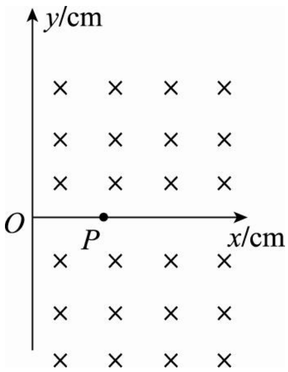


（1）当 a= 0.15 m , B =0.1T 时，求计数率；

（2）若 a 取不同的值，可通过调节 B 的大小获得与（1）问中**<u>同样的计数率</u>**，求 B 与 a 的关系并给出 B 的范围。

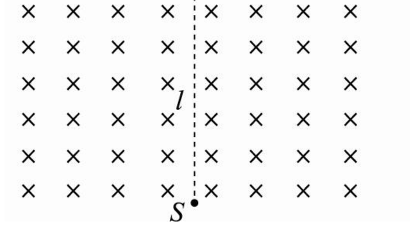
【提醒：同学们用白纸盖住下面的解析，自行在草稿纸上先做一遍】

例 2、如图所示，在真空中坐标 xOy 平面的 $x>0$ 区域内，有磁感应强度 $B=1.0\times10^{-2}$ T 的匀强磁场，方向与 xOy 平面垂直，在 x 轴上的 $P(10,0)$ 点，有一放射源，在 xOy 平面内向各个方向发射速率 $v=10^{4}$ m/s 的带正电的粒子，粒子的质量为 $m=1.6\times10^{-25}$ kg，电荷量为 $q=1.6\times10^{-18}$ C，求带电粒子能打到 y 轴上的范围.



例 3、如图所示，真空室内存在匀强磁场，磁场方向垂直于纸面向里，磁感应强度的大小 $B=0.60$ T. 磁场内有一块平面感光板 ab，板面与磁场方向平行.

在距 ab 为 $l=16$ cm 处，有一个点状的α粒子放射源 S，它向各个方向发射α粒子，α粒子的速度都是 $v=3.0\times10^{6}$ m/s. 已知α粒子的比荷 $\frac{q}{m}=5.0\times10^{7}$ C/kg，现只考虑在纸面内运动的α粒子，求 ab 板上被α粒子打中区域的长度.

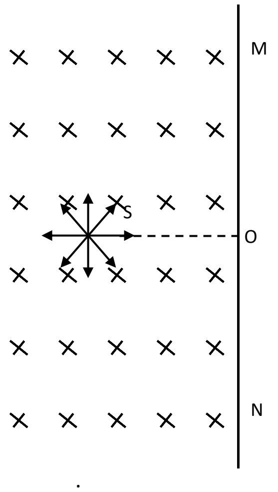


例 4、如图所示，S 为电子射线源，能在图示纸面上 360° 范围内向各个方向发射速率相等的质量为 m、电量为 e 的电子。MN 是一块足够大的竖直挡板且与 S 的水平距离 OS＝L，挡板左侧充满垂直纸面向里的匀强磁场；

①若电子的发射速率为 V_0，要使电子一定能经过点 O，则磁场的磁感应强度 B 满足什么条件？

②若磁场的磁感应强度为 B，要使 S 发射出的电子能到达档板，则电子的发射速率多大？

③若磁场的磁感应强度为 B，从 S 发射出的电子的速度为 $\frac{2eBL}{m}$，则档板上出现电子的范围多大？



例 5、（2010 全国 I，第 26 题）如下图，在 $0 \le x \le \sqrt{3}a$ 区域内存在与 xy 平面垂直的匀强磁场，磁感应强度的大小为 B．在 t=0 时刻，一位于坐标原点的粒子源在 xy 平面内发射出大量同种带电粒子，所有粒子的初速度大小相同，方向与 y 轴正方向的夹角分布在 0～180° 范围内。已知沿 y 轴正方向发射的粒子在 $t=t_0$ 时刻刚好从磁场边界上 $P(\sqrt{3}a, a)$ 点离开磁场。求：

（1）粒子在磁场中做圆周运动的半径 R 及粒子的比荷 q／m；

（2）此时刻仍在磁场中的粒子的初速度方向与 y 轴正方向夹角的取值范围；

（3）从粒子发射到**全部粒子**离开磁场所用的时间。