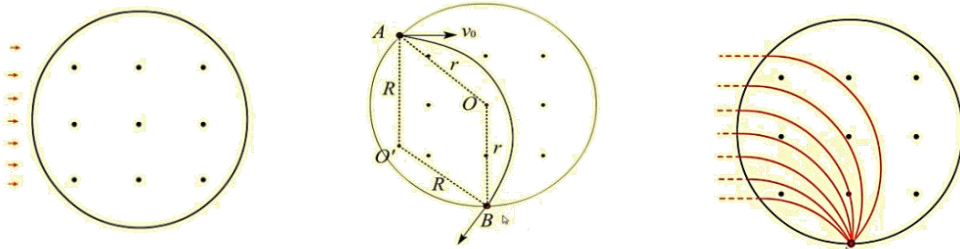


讲义 27. 磁聚焦问题

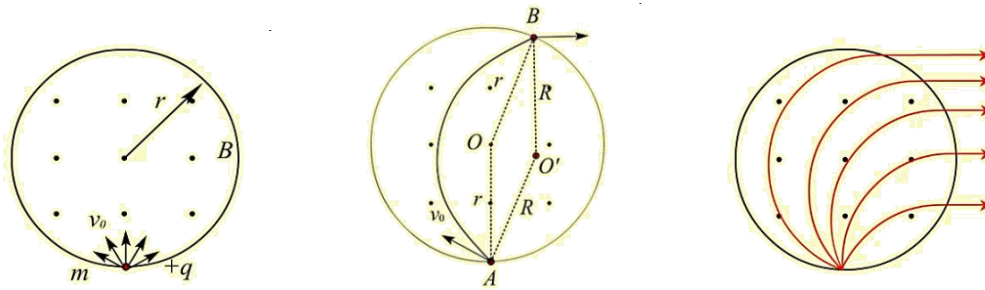
一、磁聚焦与磁发散 ($R_{\text{轨}} = R_{\text{边}}$)

利用旋转圆的技巧过程中，有一种非常特殊的现象——磁聚焦 ($R_{\text{轨}} = R_{\text{边}}$)

磁聚焦



磁发散



数学证明：

轨迹圆的动态圆心坐标设为 $(-R\cos\theta, R\sin\theta)$ ，则对应的轨迹方程为： $(x+R\cos\theta)^2 + (y-R\sin\theta)^2 = R^2$

与边界圆 $x^2 + (y-R)^2 = R^2$ 的交点坐标为 $(0, 0)$ 或 $(-R\sin\theta, R+R\cos\theta)$ ，后面这个坐标其实就是开始射入点

离子源发射的所有离子运动的时间范围为多少？

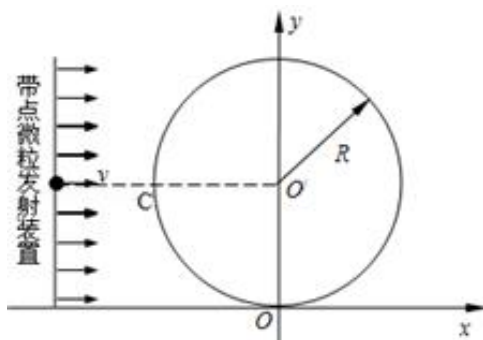
出射区域为多少？

例 1. (2009 年浙江高考) 如图所示， x 轴正方向水平向右， y 轴正方向竖直向上。在 xOy 平面内存在有与 y 轴平行的匀强电场，在半径为 R 的圆内还有与 xOy 平面垂直的匀强磁场。在圆的左边放置一带电微粒发射装置，它沿 x 轴正方向发射出一束具有相同质量 m 、电荷量 q ($q > 0$) 和初速度 v 的带电微粒。发射时，这束带电微粒分布在 $0 < y < 2R$ 的区间内。已知重力加速度大小为 g 。

(1) 从 A 点射出的带电微粒平行于 x 轴从 C 点进入有磁场区域，并从坐标原点 O 沿 y 轴负方向离开，求电场强度和磁感应强度的大小与方向。

(2) 请指出这束带电微粒与 x 轴相交的区域，并说明理由。

(3) 在这束带电微粒初速度变为 $2v$ ，那么它们与 x 轴相交的区域又在哪儿？并说明理由。



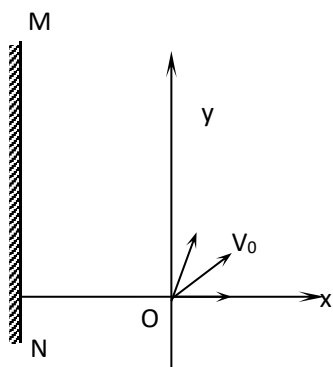
例 2. 【2021. 湖南卷. 13】 带电粒子流的磁聚焦和磁控束是薄膜材料制备的关键技术之一、带电粒子流（每个粒子的质量为 m 、电荷量为 $+q$ ）以初速度 v 垂直进入磁场，不计重力及带电粒子之间的相互作用。对处在 xOy 平面内的粒子，求解以下问题。

(1) 如图 (a)，宽度为 $2r_1$ 的带电粒子流沿 x 轴正方向射入圆心为 $A(0, r_1)$ 、半径为 r_1 的圆形匀强磁场中，若带电粒子流经过磁场后都汇聚到坐标原点 O ，求该磁场磁感应强度 B_1 的大小；

(2) 如图 (a)，虚线框为边长等于 $2r_2$ 的正方形，其几何中心位于 $C(0, -r_2)$ 。在虚线框内设计一个区域面积最小的匀强磁场，使汇聚到 O 点的带电粒子流经过该区域后宽度变为 $2r_2$ ，并沿 x 轴正方向射出。求该磁场磁感应强度 B_2 的大小和方向，以及该磁场区域的面积（无需写出面积最小的证明过程）；

(3) 如图 (b)，虚线框 I 和 II 均为边长等于 r_3 的正方形，虚线框 III 和 IV 均为边长等于 r_4 的正方形。在 I、II、III 和 IV 中分别设计一个区域面积最小的匀强磁场，使宽度为 $2r_3$ 的带电粒子流沿 x 轴正方向射入 I 和 II 后汇聚到坐标原点 O ，再经过 III 和 IV 后宽度变为 $2r_4$ ，并沿 x 轴正方向射出，从而实现带电粒子流的同轴控束。

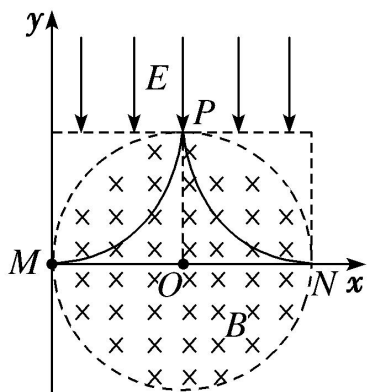
例 4. 如图所示，电子质量为 m ，电荷量为 e ，从坐标原点 O 沿 xoy 平面射入第一象限，射入时速度方向不同，但大小都为 v ，现在某一区域加一垂直于 xoy 平面向外的匀强磁场。磁感应强度为 B 。若这些电子穿过磁场后都能垂直打到平行于 y 轴的荧光屏 MN 上。求：



- (1) 荧光屏上光斑的长度。
- (2) 所加磁场范围的最小面积。

例 5. 如图所示，真空中有一以 O 点为圆心的圆形匀强磁场区域，半径为 R ，磁场垂直纸面向里。在 $y > R$ 的区域存在沿 $-y$ 方向的匀强电场，电场强度为 E 。在 M 点有一粒子源，辐射的粒子以相同的速率 v ，沿不同方向射入第一象限。发现沿 $+x$ 方向射入磁场的粒子穿出磁场进入电场，速度减小到 0 后又返回磁场。已知粒子的质量为 m ，电荷量为 $+q$ 。粒子重力不计。求：

- (1) 圆形磁场区域磁感应强度的大小；
- (2) 沿 $+x$ 方向射入磁场的粒子，从进入磁场到再次穿出所走过的路程；
- (3) 沿与 $+x$ 方向成 60° 角射入的粒子，最终将从磁场的边缘射出，不再进入磁场，求射出点的坐标和粒子从 M 点运动到射出点的总时间。



二、另外两种情形(旋转圆)

(一)、 $R_{\text{轨}} > R_{\text{边}}$

此种情形出射区域为多少？

进出两点连线是边界圆的直径

当粒子如何运动时，粒子在磁场中运动时间最长？

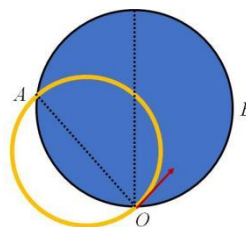
粒子如何运动时，粒子在磁场中速度偏转角最大？

最大速度偏转角是多少？

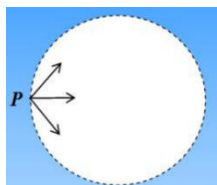
(二) $R_{\text{轨}} < R_{\text{边}}$

此种情形出射区域为多少？ 运行时间范围为多少？

最远边界：进出两点连线是轨迹圆的直径，
此时，速度偏转角刚好为180度。



例. 【2017 全国卷. 理综 18】如图，虚线所示的圆形区域内存在一垂直于纸面的匀强磁场，P 为磁场边界上的一点，大量相同的带电粒子以相同的速率经过 P 点，在纸面内沿不同方向射入磁场，若粒子射入的速率为 v_1 ，这些粒子在磁场边界的出射点分布在六分之一圆周上；若粒子射入速率为 v_2 ，相应的出射点分布在三分之一圆周上，不计重力及带电粒子之间的相互作用，则 $v_2 : v_1 = ?$



解答提示

