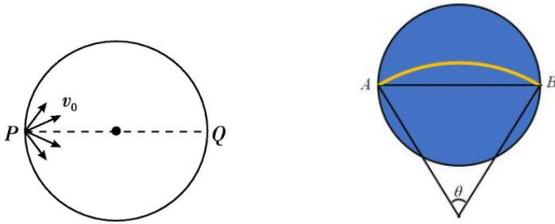


## 讲义 28. 带电粒子在磁场运动中的最长时间和最短时间问题

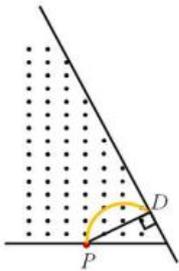
一、速度相同，意味着半径相同，也就是圆的大小相同的情况下，如果粒子运动的周期小于半个周期，则可以看通过的弦长，弦长越长，时间就越长。

**例 1**、如下图所示，在半径为  $R$  的圆形区域内存在匀强磁场，在  $P$  点向磁场区域射入大量速度相同但方向不同的同种粒子，粒子运动的半径大于  $R$ ，问：从  $Q$  点射出的粒子是否时运动时间最长的粒子？

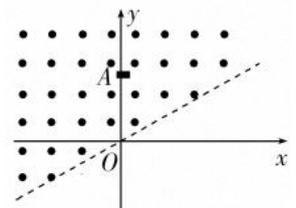


**解析：**粒子的周期是一样的，且运动的半径大于  $R$ ，说明粒子在磁场中运动的周期必定小于半个圆周，从而可以通过粒子通过的弦长来判断，当粒子从  $Q$  点射出时，弦长为磁场的直径，最长，所以粒子的轨迹弦长也是最长的，即时间最长。

**练 1.** 如下图所示， $P$  点是粒子源，可以朝各方向均匀发射速度大小一定的粒子，求各个粒子在磁场中运行的最短时间？



**例 2**、如图，在  $xOy$  平面内，虚线  $y = \sqrt{3}x/3$  左上方存在范围足够大、磁感应强度为  $B$  的匀强磁场，在  $A(0, 1)$  处有一个粒子源，可沿平面内各个方向射出质量为  $m$ ，电荷量为  $q$  的带负电粒子，速率均为  $\sqrt{3}qBl/2m$ ，粒子重力不计。则粒子在磁场中运动的最短时间为( )



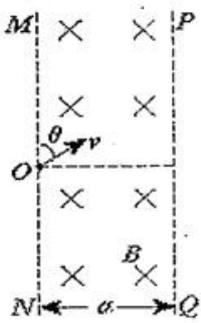
A.  $\pi m/qB$

B.  $\pi m/4qB$

C.  $\pi m/3qB$

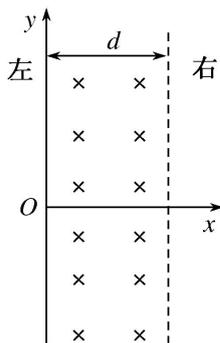
D.  $\pi m/6qB$

**例 3、(多选)** 如图所示, 两平行竖直线 MN、PQ 间距离  $a$ , 其间存在垂直纸面向里的匀强磁场 (含边界 PQ), 磁感应强度为  $B$ , 在 MN 上 O 点处有一粒子源, 能射出质量为  $m$ , 电量为  $q$  的带负电粒子, 当速度方向与 OM 夹角  $\theta = 60^\circ$  时, 粒子恰好垂直 PQ 方向射出磁场, 不计粒子间的相互作用及重力. 则 ( )



- A. 粒子的速率为  $2qBa/m$
- B. 粒子在磁场中运动的时间为  $\pi m/3qB$
- C. 若只改变粒子速度方向, 使  $\theta$  角能在  $0^\circ$  至  $180^\circ$  间不断变化, 则 PQ 边界上有粒子射出的区间长度为  $2\sqrt{3}a$
- D. 若只改变粒子速度方向, 使  $\theta$  角能在  $0^\circ$  至  $180^\circ$  间不断变化, 则粒子在磁场中运动的最长时间为  $2\pi m/3qB$

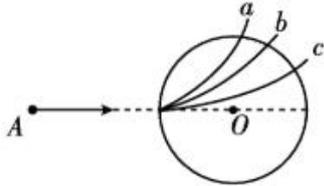
**例 4、(2020·沈阳高三质检)(多选)** 如图所示, 垂直纸面向里的匀强磁场区域宽度为  $d$ , 纵向范围足够大. 现有一群电子从坐标原点  $O$  以相同的速率  $v$  沿纸面不同方向进入磁场, 并从右侧射出. 若电子在磁场中运动的轨迹半径为  $d$ , 忽略电子间的相互作用, 则下列判断正确的是 ( )



- A. 右边界有电子射出的范围为  $-d < y \leq d$
- B. 右边界有电子射出的范围为  $0 < y \leq d$
- C. 电子在磁场内运动的最短时间为  $\frac{\pi d}{3v}$
- D. 电子在磁场内运动的最短时间为  $\frac{\pi d}{4v}$

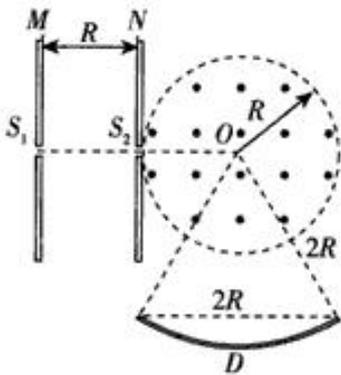
二、看转过的圆心角，圆心角越大，时间就越长。

例 1、如下图所示，三个相同的带电粒子以不同速度沿着半径方向射入圆形磁场区域，运动轨迹为 a、b、c，问，哪个带电粒子运动的轨迹时间最长。（粒子仅受电磁力）



解析：因为带电粒子相同，由  $T=2\pi m/Bq$  可知周期相同，要比时间，只需比转过的圆心角即可，沿着半径射入，必定沿着半径射出，通过作图，很容易得出，轨迹 a 转过的圆心角最大，即轨迹 a 带电粒子运动时间最长。

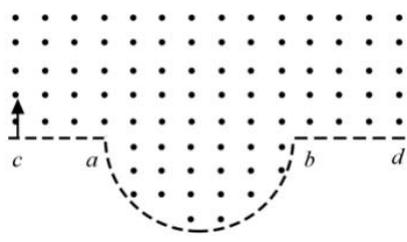
例 2、如图所示，相距为  $R$  的两块平行金属板 M、N 正对着放置， $S_1$ 、 $S_2$  分别为 M、N 板上的小孔， $S_1$ 、 $S_2$ 、O 三点共线，它们的连线垂直 M、N，且  $S_2O=R$ 。以 O 为圆心、 $R$  为半径的圆形区域内存在磁感应强度为  $B$ 、方向垂直纸面向外的匀强磁场。D 为收集板，板上各点到 O 点的距离以及板两端点的距离都为  $2R$ ，板两端点的连线垂直 M、N 板。质量为  $m$ 、带电量为  $+q$  的粒子，经  $S_1$  进入 M、N 间的电场后，通过  $S_2$  进入磁场，粒子在  $S_1$  处的速度和粒子所受的重力均不计。



- (1) 当 M、N 间的电压为  $U$  时，求粒子进入磁场时速度的大小  $v$ ；
- (2) 若粒子恰好打在收集板 D 的中点上，求 M、N 间的电压值  $U_0$ ；
- (3) 当 M、N 间的电压不同时，粒子从  $S_1$  到打在 D 上经历的时间  $t$  会不同，求  $t$  的最小值。

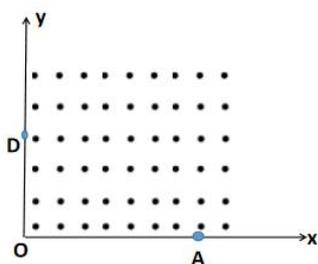
三、在圆心角不容易观察的情况下，利用 数学结论：弦切角等于圆心角的一半。这种题型一般适用于弦和切线有一条方向一定的情况。

**例 1.** (2020 年全国 1 卷. 18) 一匀强磁场的磁感应强度大小为  $B$ ，方向垂直于纸面向外，其边界如图中虚线所示， $\overline{ab}$  为半圆， $ac$ 、 $bd$  与直径  $ab$  共线， $ac$  间的距离等于半圆的半径。一束质量为  $m$ 、电荷量为  $q(q > 0)$  的粒子，在纸面内从  $c$  点垂直于  $ac$  射入磁场，这些粒子具有各种速率，不计粒子之间的相互作用，在磁场中运动时间最长的粒子，其运动时间为( )



- A.  $\frac{7\pi m}{6qB}$       B.  $\frac{5\pi m}{4qB}$       C.  $\frac{4\pi m}{3qB}$       D.  $\frac{3\pi m}{2qB}$

**例 2.** 如图所示，在第一象限内，存在磁感应强度大小为  $B$  的匀强磁场，方向垂直于  $xOy$  平面向外。在  $x$  轴上的  $A$  点放置一放射源，可以源源不断的沿  $xOy$  平面内的不同方向以大小不同的速度放射出质量为  $m$ ，电荷量为  $-q$  的同种粒子，这些粒子都打到  $y$  轴上的  $D$  点。已知  $OA = \sqrt{3}L$ ， $OD = L$ ，则：

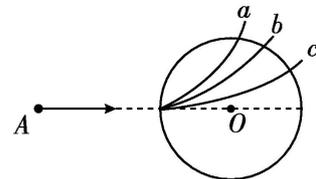


- A. 粒子在磁场中运动的最长时间为  $2\pi m/3qB$ ，射入方向与  $x$  轴成  $60^\circ$
- B. 粒子在磁场中运动的最小半径为  $\sqrt{3}L$
- C. 要试粒子有最长运动时间，必须沿着  $x$  轴正向射入磁场
- D. 若粒子与  $x$  轴正向成  $30^\circ$  角射入磁场，则轨迹半径为  $\frac{2\sqrt{3}L}{3}$

## 巩固训练

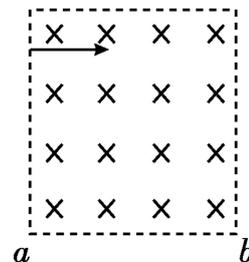
1. (2020年湖州联考)如图所示,圆形区域内有垂直纸面的匀强磁场,三个质量和电荷量都相同的带电粒子  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 以不同的速率对准圆心  $O$  沿着  $AO$  方向射入磁场, 其运动轨迹如图. 若带电粒子只受磁场力的作用, 则下列说法正确的是( )

- A.  $a$  粒子动能最大
- B.  $c$  粒子速率最大
- C.  $b$  粒子在磁场中运动时间最长
- D. 它们做圆周运动的周期  $T_a < T_b < T_c$



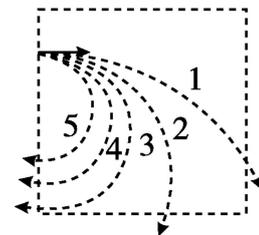
2. 如图所示, 一束电子以大小不同的速率沿图示方向飞入横截面为一正方形的匀强磁场区域, 在从  $ab$  边离开磁场的电子中, 下列判断正确的是( )

- A. 从  $b$  点离开的电子速率最大
- B. 从  $b$  点离开的电子在磁场中运动时间最长
- C. 从  $b$  点离开的电子速度偏转角最大
- D. 在磁场中运动时间相同的电子, 其轨迹线一定重合



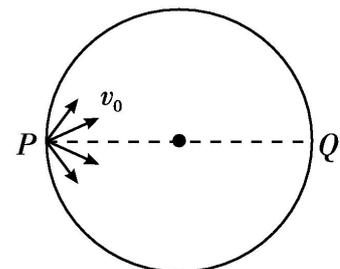
3. 如图所示, 一束电子以大小不同的速率沿图示方向飞入横截面是一正方形的匀强磁场, 下列判断正确的是( )

- A. 电子在磁场中运动时间越长, 其轨迹线越长
- B. 电子在磁场中运动时间越长, 其轨迹线所对应的圆心角越大
- C. 在磁场中运动时间相同的电子, 其轨迹线一定重合
- D. 电子的速率不同, 它们在磁场中运动时间一定不相同

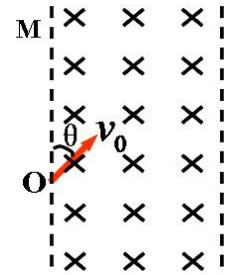


4. 如图所示, 在半径为  $R$  的圆形区域内, 有匀强磁场, 磁感应强度为  $B$ , 方向垂直于圆平面(未画出). 一群比荷为  $q/m$  的负离子以相同速率  $v_0$  (较大) 由  $P$  点在纸平面内向不同方向射入磁场中, 发生偏转后, 又飞出磁场, 则下列说法正确的是(不计重力)( )

- A. 离子飞出磁场时的动能一定相等
- B. 离子在磁场中运动半径一定相等
- C. 由  $Q$  点飞出的离子在磁场中运动的时间最长
- D. 沿  $PQ$  方向射入的离子飞出时偏转角最大



5. 如图所示，相互平行的直线 M、N、P、Q 间存在垂直于纸面的匀强磁场。某带负电粒子由 O 点垂直于磁场方向射入，已知粒子速率一定，射入时速度方向与 OM 间夹角为  $0 < \theta < 90^\circ$ ，不计粒子的重力，则( )



- A.  $\theta$  越大，粒子在磁场中运动的时间可能越短
- B.  $\theta$  越大，粒子在磁场中运动的路径一定越长
- C.  $\theta$  越大，粒子在磁场中运动轨迹的圆心到 MN 的距离一定越小
- D. 粒子在磁场中运动的轨迹长度与时间的比值与  $\theta$  无关

6. 如图 12 所示，边界 OA 与 OC 之间分布有垂直纸面向里的匀强磁场，边界 OA 上有一粒子源 S. 某一时刻，从 S 平行于纸面向各个方向发射出大量带正电的同种粒子(不计粒子的重力及粒子间的相互作用)，所有粒子的初速度大小相同，经过一段时间有大量粒子从边界 OC 射出磁场. 已知  $\angle AOC = 60^\circ$ ，从边界 OC 射出的粒子在磁场中运动的最长时间等于  $T/2$  ( $T$  为粒子在磁场中运动的周期)，则从边界 OC 射出的粒子在磁场中运动的时间可能为( )

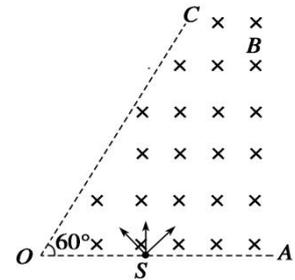
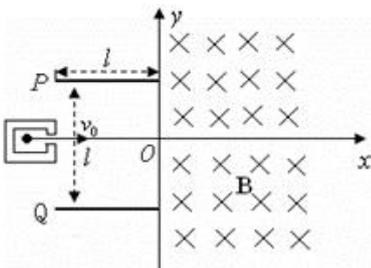


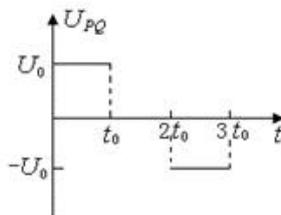
图 12

- A.  $\frac{T}{3}$
- B.  $\frac{T}{4}$
- C.  $\frac{T}{6}$
- D.  $\frac{T}{8}$

7. 如图甲所示，建立  $Oxy$  坐标系，两平行极板 P、Q 垂直于  $y$  轴且关于  $x$  轴对称，极板长度和板间距均为  $L$ ，第一四象限有磁场，方向垂直于  $Oxy$  平面向里。位于极板左侧的粒子源沿  $x$  轴向右连接发射质量为  $m$ 、电量为  $+q$ 、速度相同、重力不计的带电粒子在  $0-3t_0$  时间内两板间加上如图乙所示的电压(不考虑极边缘的影响)。已知  $t=0$  时刻进入两板间的带电粒子恰好在  $t_0$  时刻经极板边缘射入磁场。上述  $m$ 、 $q$ 、 $L$ 、 $t_0$ 、 $B$  为已知量。(不考虑粒子间相互影响及返回板间的情况)



图甲



图乙

(1) 求电压  $U_0$  的大小

(2) 分别求从  $\frac{t_0}{2}$  时刻， $t_0$  时刻， $2t_0$  时刻进入两板间的带电粒子在磁场中做圆周运动的半径

(3) 何时刻进入两极板的带电粒子在磁场中的运动时间最短？求此最短时间=？